Solution #1

Le polynôme de Butterworth de degré 2 est

$$s^2 + \sqrt{2}\, s + 1$$

Pour que le circuit donné soit un filtre passe-bas de Butterworth avec fréquence de coupure 1 rad/s il faut choisir

$$L/R = \sqrt{2}$$

$$LC = 1$$

Avec une résistance de 100Ω on obtient

$$L = 141.42 \text{ H}$$

$$C = 7.0711 \text{ mF}$$

Le filtre coupe-bande désiré est obtenu en appliquant la transformation spectrale de filtre avec

$$B = 500 \text{ rad/s}$$

$$\omega_0 = 5 \text{ k rad/s}$$

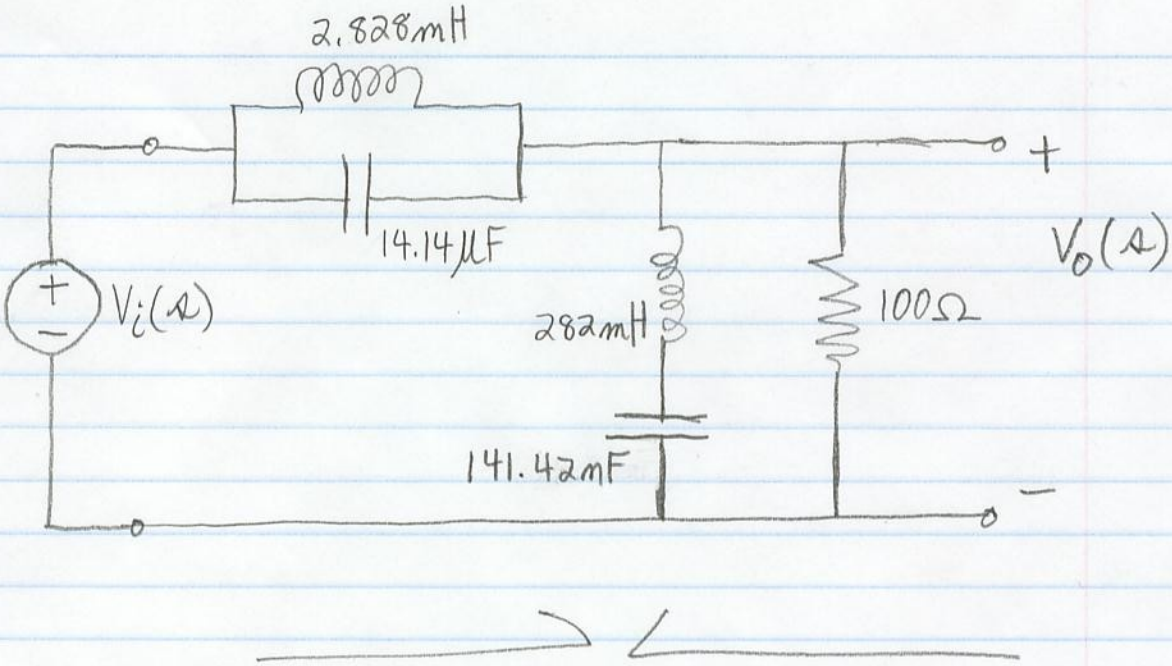
On obtient :

$R = 100\Omega \longrightarrow R = 100\Omega$

$L = 141.42\text{H} \longrightarrow L_{eq} = 2.828 \text{ mH}$ en parallèle avec
$C_{eq} = 14.14 \mu\text{F}$

$C = 7.0711 \text{mF} \longrightarrow L_{eq} = 282 \text{ mH}$ en série avec
$C_{eq} = 141.42 \text{ nF}$

Le circuit résultant est tracé sur la page suivante;


2.828mH
14.14µF
Vi(s)
282mH
141.42mF
100Ω
+
Vo(s)
−

Solution #2

(a) le système n'est pas causal parce que $h(t)$ n'est pas nul pour tout $t<0$.

(b) le système est à EBSB stable ssi

$$\int_{-\infty}^{\infty} |h(t)|\, dt < \infty$$

Dans le présent cas on a

$$\int_{-\infty}^{\infty} |h(t)|\, dt = \int_{-1/2}^{5/2} 1+\cos(2\pi t)\, dt$$

$\equiv$ clairement fini $(=3)$

Le système est donc EBSB stable.

Solution #3

The signal $x(t)$ consists in 3 sine-waves at the frequencies of 400 Hz, 1 kHz and 7 kHz. The output $y(t)$ in steady state also consists of 3 sinewaves at the same frequencies. We only need to find their amplitude and phase. On the graphs of the frequency response we find (all approximate values):

	$\lvert H(f) \rvert$	$\angle H(f)$
400 Hz	$-10\,dB \approx 0.316$	$125°$
1 kHz	$0\,dB = 1$	$0°$
7 kHz	$-30\,dB \approx 0.0316$	$-170°$

where we use the formula

$$dB = \underbrace{20}_{} \log_{10}(\ )$$

because the system's input and output are both in volts.

Finally we immediately obtain

$$y(t) \approx 50 \cdot 0.316 \cos(2\pi(400\text{ Hz})t + 125°) - 10 \cos(2\pi(1\text{ kHz})t) + 100 \cdot 0.0316 \sin(2\pi(7\text{ kHz})t - 170°)$$

$$\approx 15.8 \cos(2\pi(400\text{ Hz})t + 125°) - 10 \cos(2\pi(1\text{ kHz})t) + 3.16 \sin(2\pi(7\text{ kHz})t - 170°).$$

Solution #4:

Deux fois 10 kHz donc 20 kHz.